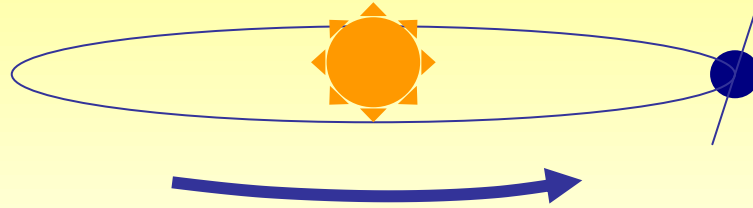


3. Νόμοι θέσης-κίνησης πλανητών

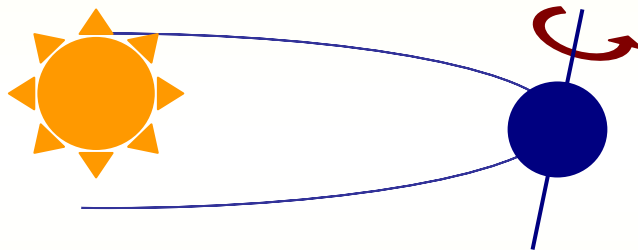
ΚΙΝΗΣΗ ΠΛΑΝΗΤΩΝ - ΛΟΞΩΣΗ

Η κίνηση των πλανητών είναι το αποτέλεσμα της σύνθεσης 2 κινήσεων:

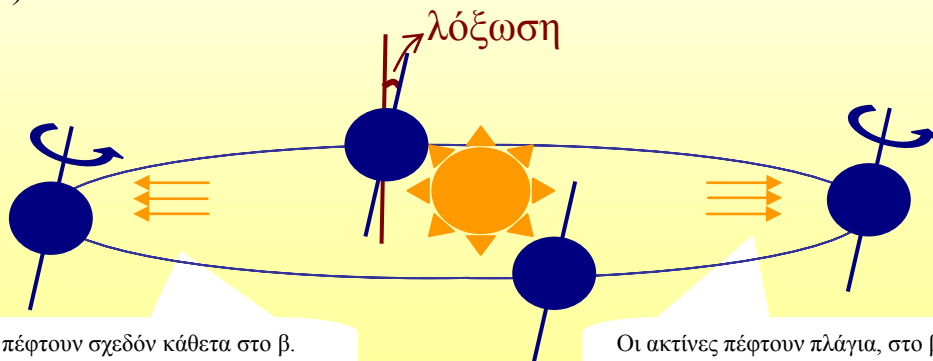
- μίας περιστροφής γύρω από τον Ήλιο, η περίοδος της οποίας μας δίνει το έτος κάθε πλανήτη, και πραγματοποιείται κατά την **ορθή φορά** (δηλ. αντίθετα από τη φορά της κίνησης των δεικτών του ρολογιού), και



- μίας περιστροφής γύρω από τον άξονα συμμετρίας τους (δηλ. γύρω από τον εαυτό τους), η περίοδος της οποίας αποτελεί το ημερονύχτιο κάθε πλανήτη. Και αυτή η κίνηση πραγματοποιείται κατά την **ορθή φορά**, με εξαίρεση την Αφροδίτη που περιστρέφεται κατά την αντίθετη φορά, η οποία καλείται **ανάδρομη (retrograde)**.



Ο άξονας περιστροφής των πλανητών σχηματίζει κλίση ως προς το επίπεδο της τροχιάς τους. Η κλίση αυτή που καλείται **λόξωση (obliquity)** καθορίζει τις εποχές, αφού εξαιτίας της μεταβάλλεται το ποσό της ακτινοβολίας που δέχεται κάθε περιοχή του πλανήτη στη διάρκεια ενός έτους. Γενικά, η **λόξωση υπολογίζεται ως προς την κάθετο στο επίπεδο της τροχιάς κάθε πλανήτη**, και είναι της τάξης των μερικών μοιρών (πλην του Ουρανού και του Πλούτωνα).

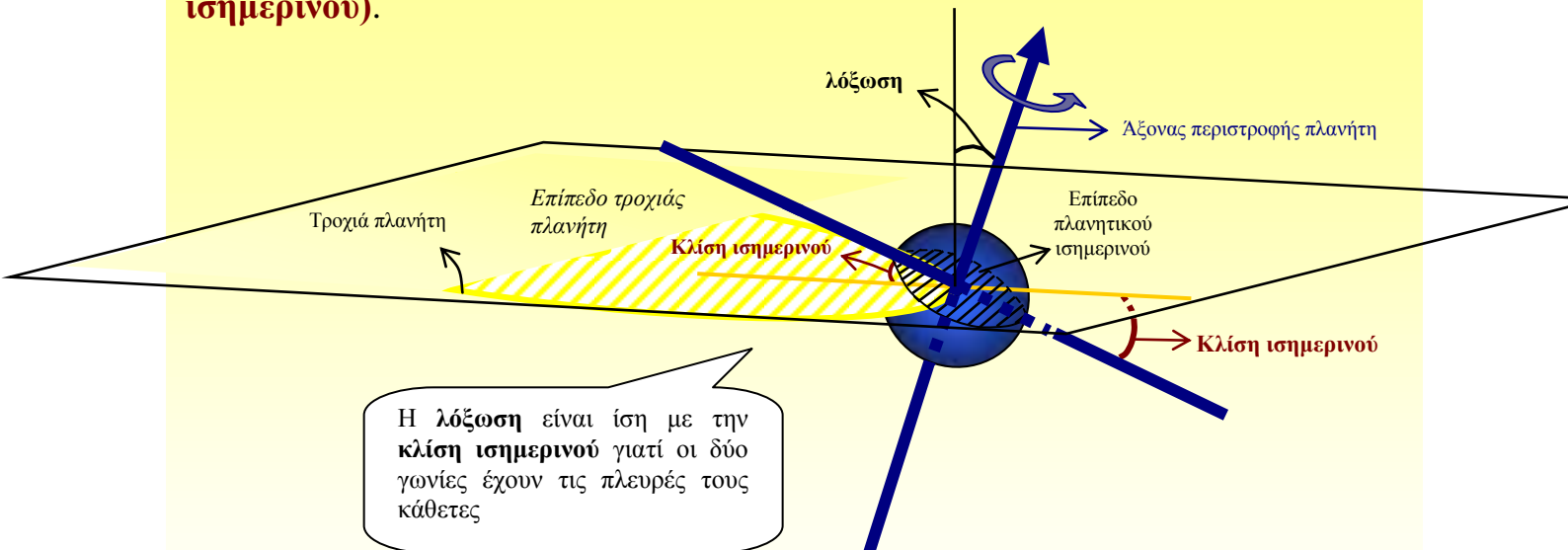


Οι ακτίνες πέφτουν σχεδόν κάθετα στο β. ημισφαίριο, σηματοδοτώντας το καλοκαίρι

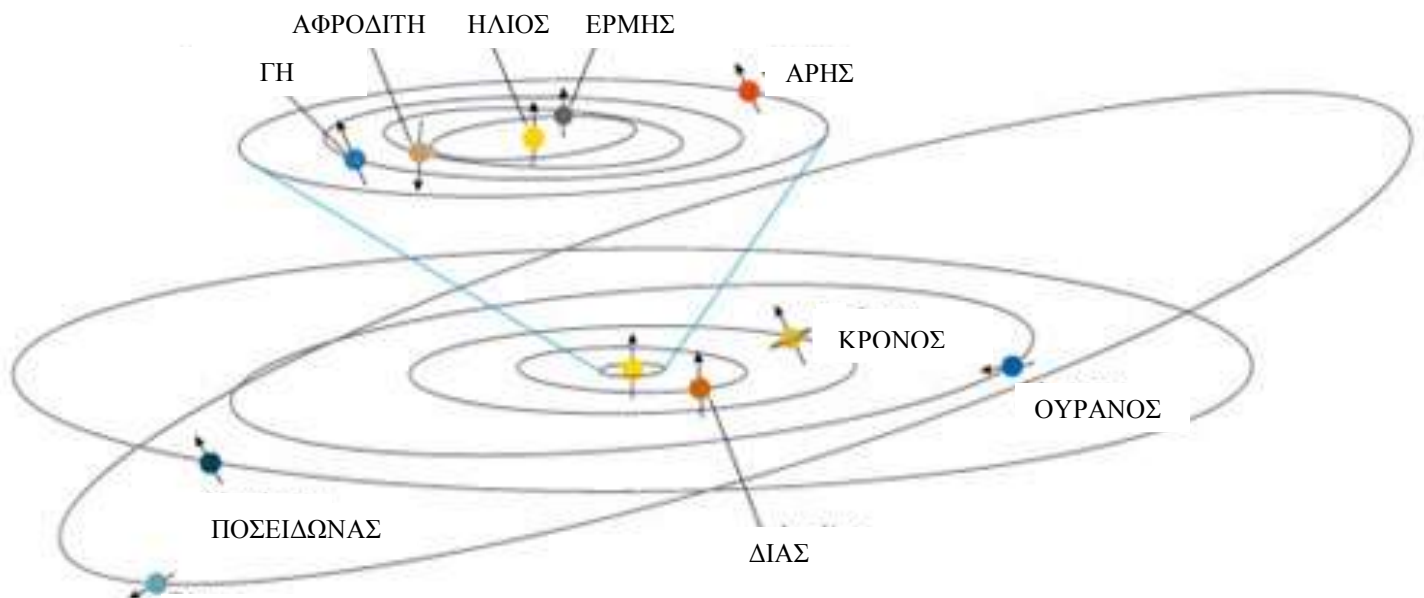
Οι ακτίνες πέφτουν πλάγια, στο β. ημισφαίριο, σηματοδοτώντας το χειμώνα

ΛΟΞΩΣΗ – ΚΛΙΣΗ ΙΣΗΜΕΡΙΝΟΥ

Έτσι τα επίπεδα που ορίζονται από τους πλανητικούς ισημερινούς σχηματίζουν πολύ μικρές γωνίες με τα επίπεδα των τροχιών τους (**κλίση ισημερινού**).



Η κλίση του ισημερινού (επομένως και η λόξωση) είναι διαφορετική για κάθε πλανήτη, πάντως είναι λίγων μοιρών για όλους εκτός του Ουρανού και του Πλούτωνα. Έτσι όπως βλέπουμε και στο παρακάτω σχήμα, ο Ουρανός και ο Πλούτωνα παρουσιάζουν μεγάλη λόξωση αφού ο άξονας τους είναι τόσο κεκλιμένος που σχεδόν ακουμπάει στο επίπεδο της τροχιάς τους (δηλαδή ο ισημερινός τους είναι σχεδόν κάθετος στο επίπεδο της τροχιάς τους). Η μεγαλύτερη κλίση είναι αυτή της Αφροδίτης ($177,3^\circ$), η οποία εξαιτίας της ανάδρομης περιστροφής της στρέφει τον άξονα της προς τα κάτω. ?

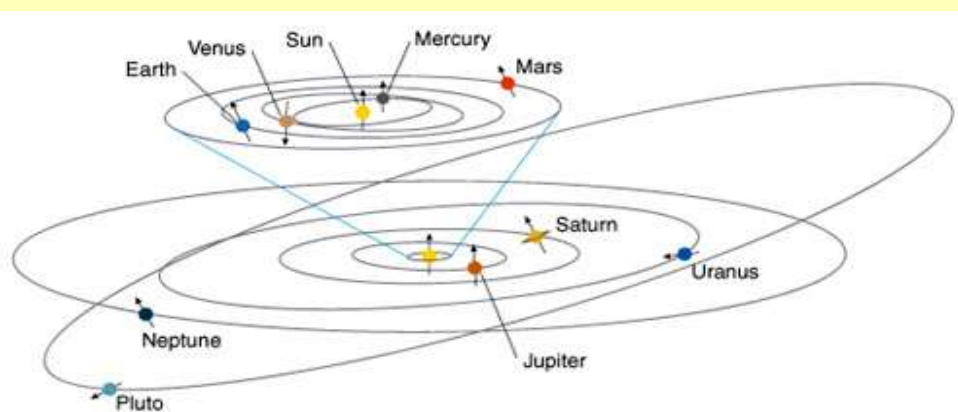


ΕΚΚΛΙΠΤΙΚΗ

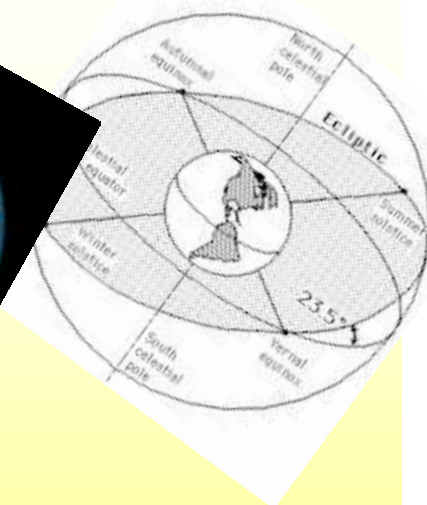
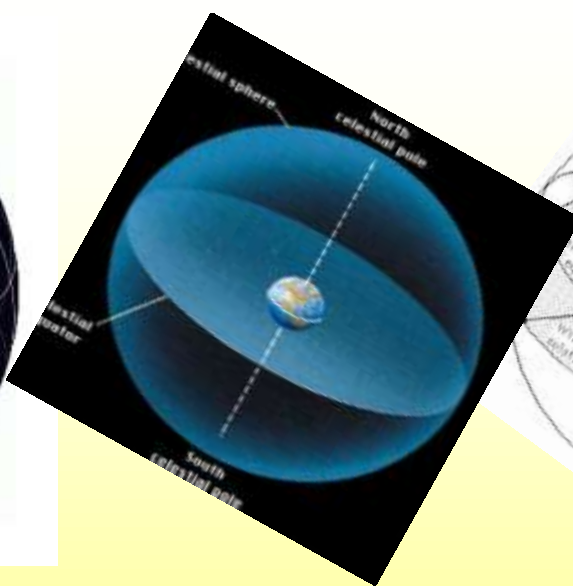
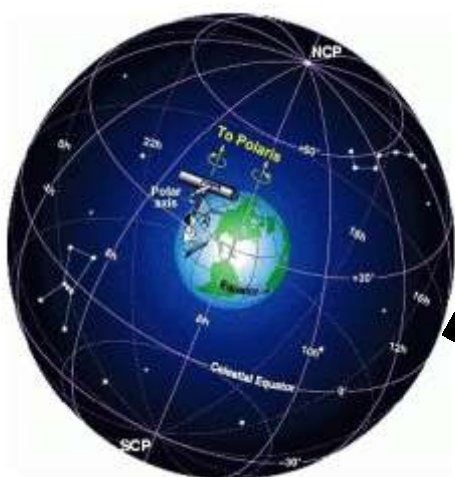
Όπως φαίνεται από την παρακάτω εικόνα, η κίνηση κάθε πλανήτη γύρω από τον Ήλιο δημιουργεί ένα επίπεδο.



Τα επίπεδα των τροχιών όλων των πλανητών (πλην του Πλούτωνα) έχουν την ίδια περίπου κλίση, δηλαδή είναι σχεδόν συνεπίπεδα.

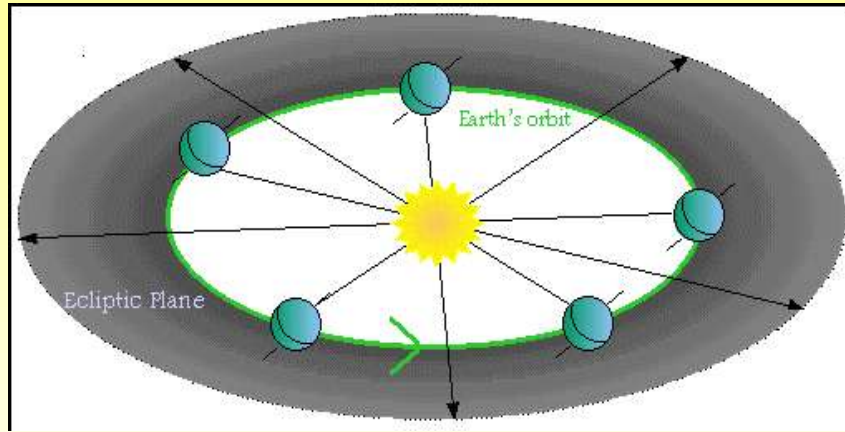


Το μέσο επίπεδο πάνω το οποίο κινούνται όλοι οι πλανήτες και το οποίο διέρχεται από το σημείο $K(0,0)$ της ουράνιας σφαίρας ονομάζεται **επίπεδο της εκλειπτικής (ecliptic plane)**. Η τομή του επιπέδου αυτού με την ουράνια σφαίρα ονομάζεται **εκλειπτική (ecliptic)**, και δεν πρόκειται για τίποτε άλλο παρά για έναν μέγιστο κύκλο της ουράνιας σφαίρας.



Ας μην ξεχνάμε πως η ουράνια σφαίρα έχει την κλίση του άξονα της Γης (εικ.3) αφού αποτελεί προέκταση αυτής, άρα το επίπεδο της εκλειπτικής που είναι το επίπεδο τροχιάς της Γης (εικ.1) θα έχει κλίση ως προς τον ουράνιο ισημερινό (εικ.4).

Καθώς τώρα η Γη κινείται γύρω από τον Ήλιο, τον βλέπει να προβάλλει πάνω στην εκλειπτική. Έτσι κατά τη διάρκεια ενός έτους, ο Ήλιος φαίνεται να την διαγράφει.



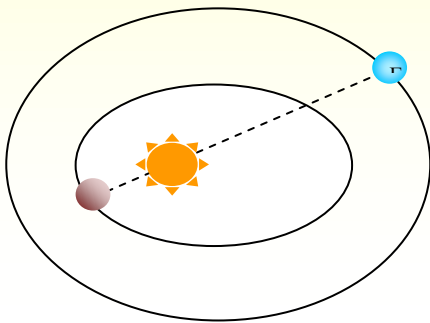
Κατά παρόμοιο τρόπο βλέπει και τους πλανήτες να προβάλλουν όπως κινούνται, επειδή όμως τα επίπεδα των τροχιών τους διαφοροποιούνται λίγο ως προς την εκλειπτική βλέπει τις προβολές τους όχι να τη διαγράφουν, αλλά να βρίσκονται μέσα σε μία στενή ζώνη πλάτους ($\pm 8^\circ$) εκατέρωθεν αυτής, δηλ. μία ζώνη 16° , τη **ζώνη της εκλειπτικής**. Στη ζώνη αυτή και σε ίσες περίπου αποστάσεις βρίσκονται οι 12 αστερισμοί, γι' αυτό τη συναντάμε και με το όνομα **ζωδιακή ζώνη** ή **ζωδιακό κύκλο**. Έτσι ο Ήλιος και οι πλανήτες κατά την κίνηση τους, φαίνονται να διέρχονται από τους 12 οίκους.



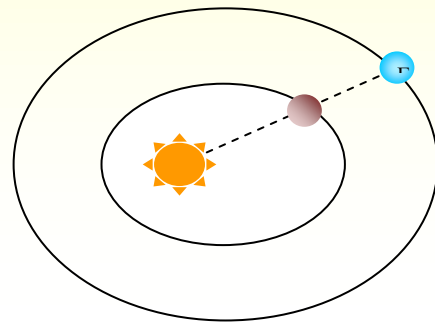
ΣΧΕΤΙΚΗ ΘΕΣΗ ΠΛΑΝΗΤΩΝ

Κατά την κίνηση τους γύρω από τον Ήλιο, οι πλανήτες δύνανται να ευθυγραμμιστούν με αυτόν ή να βρεθούν σε ορισμένες χαρακτηριστικές θέσεις που έχουν σημασία στην αστρονομία, γι' αυτό και ονομάζονται με συγκεκριμένο τρόπο. Έτσι:

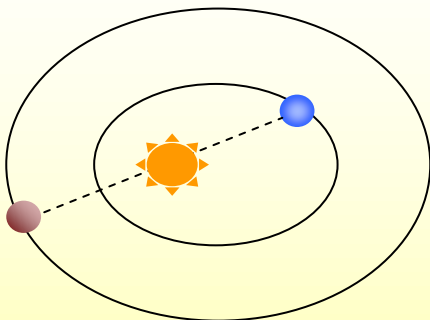
Όταν ένας πλανήτης είναι ευθυγραμμισμένος με τη Γη και τον Ήλιο, δηλαδή όταν βρίσκεται στη νοητή γραμμή ΓΗΣ-ΗΛΙΟΥΥ λέμε ότι ο πλανήτης αυτός βρίσκεται σε **συζυγία με τον Ήλιο** και διακρίνουμε 2 περιπτώσεις. Όταν ο Ήλιος είναι τοποθετημένος μεταξύ του πλανήτη και της Γης ή όταν ο πλανήτης βρίσκεται μεταξύ Γης και Ήλιου έχουμε **σύνοδο**, ενώ όταν η Γη είναι τοποθετημένη μεταξύ του πλανήτη και του Ήλιου έχουμε **αντίθεση** δηλαδή στην περίπτωση αυτή ο πλανήτης περιφέρεται αποκλειστικά και μόνο σε εξώτερη της Γης τροχιά. (Τα ίδια ισχύουν και για τους πλανήτες με τους δορυφόρους τους)



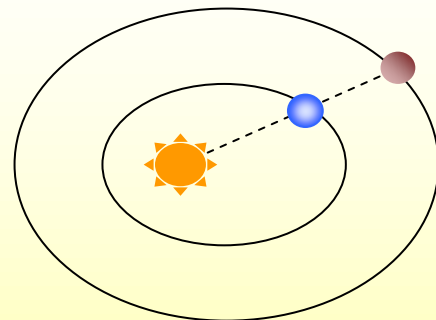
Εικ.1 Ανώτερη σύνοδος (όταν η Γη και ο πλανήτης βρίσκονται αντιδιαμετρικά ευθυγραμμισμένοι)



Εικ.2 Κατώτερη σύνοδος (όταν η Γη και ο πλανήτης βρίσκονται ευθυγραμμισμένοι στην ίδια πλευρά του Ήλιου)



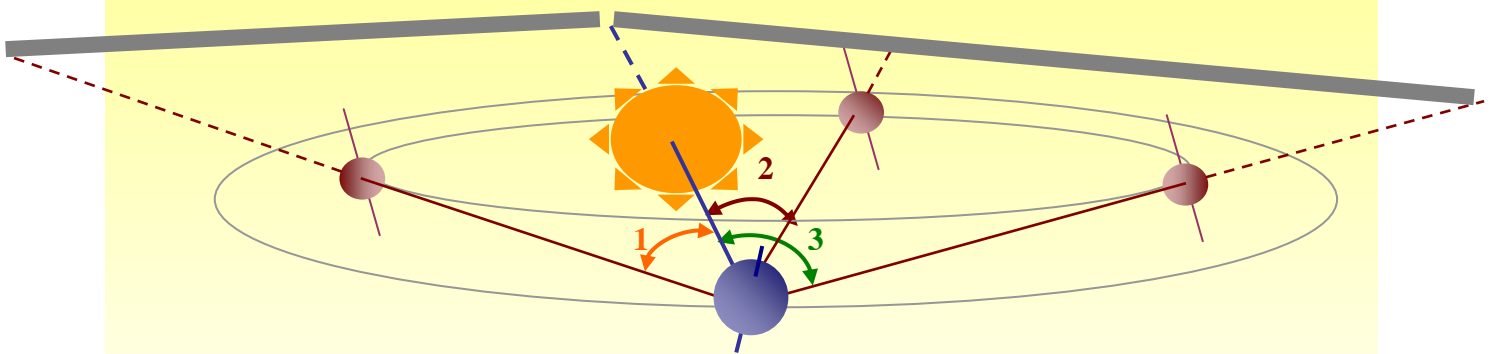
Εικ. 3 Σύνοδος για έναν πλανήτη που περιφέρεται σε εξώτερη της Γης τροχιά



Εικ. 4 Αντίθεση (η Γη παρεμβάλλεται μεταξύ του πλανήτη και του Ήλιου κατά την ευθυγράμμιση)

Όταν 3 ουράνια σώματα σχηματίζουν μεταξύ τους ορθή γωνία έχουμε **τετραγωνισμό**.

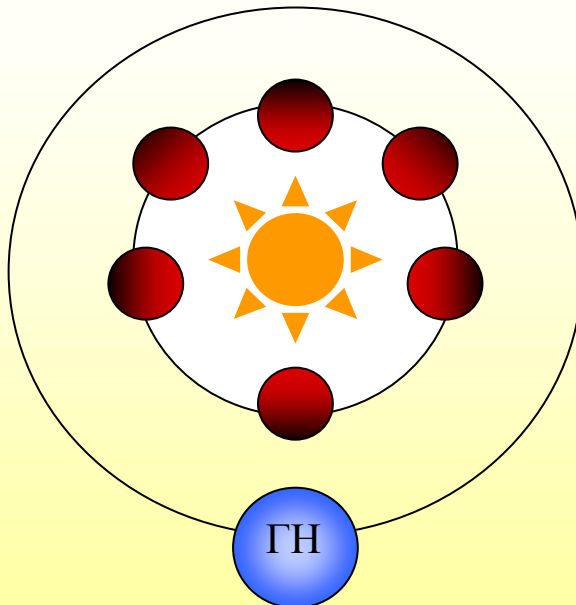
Αποχή ενός πλανήτη ονομάζεται η **γωνία** με την οποία βλέπει ένας γήινος παρατηρητής την απόσταση του πλανήτη από τον Ήλιο, όπως αυτή προβάλλεται στην ουράνια σφαίρα.



Εικ. 5 Διάφορες τιμές αποχής για έναν εσωτερικό της Γης πλανήτη.

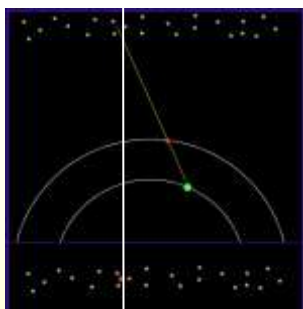
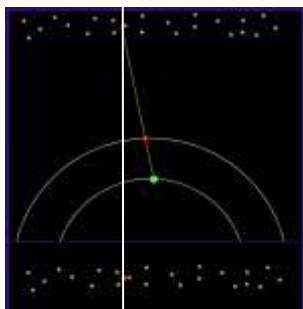
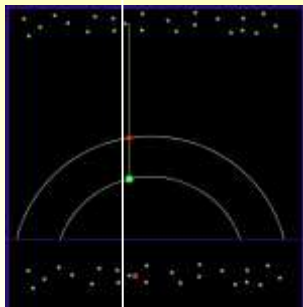
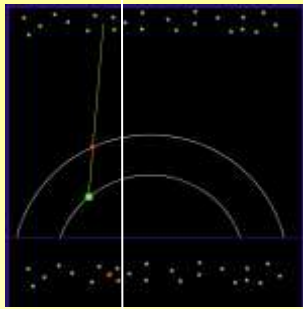
- 1 = Ανατολική αποχή
- 2 = Τυχαία αποχή
- 3 = Δυτική αποχή

Φάσεις ενός **εσωτερικού πλανήτη** (σώμα που περιφέρεται σε τροχιά μικρότερης ακτίνας από αυτή της Γης) ονομάζουμε τις διαφορετικές μορφές που παρουσιάζουν τα φωτισμένα από τον Ήλιο μέρη του. Οι πλανητικές φάσεις είναι αποτέλεσμα των διαφορετικών γωνιών που σχηματίζονται μεταξύ πλανήτη και Ήλιου όπως αυτές ορώνται από τη Γη.



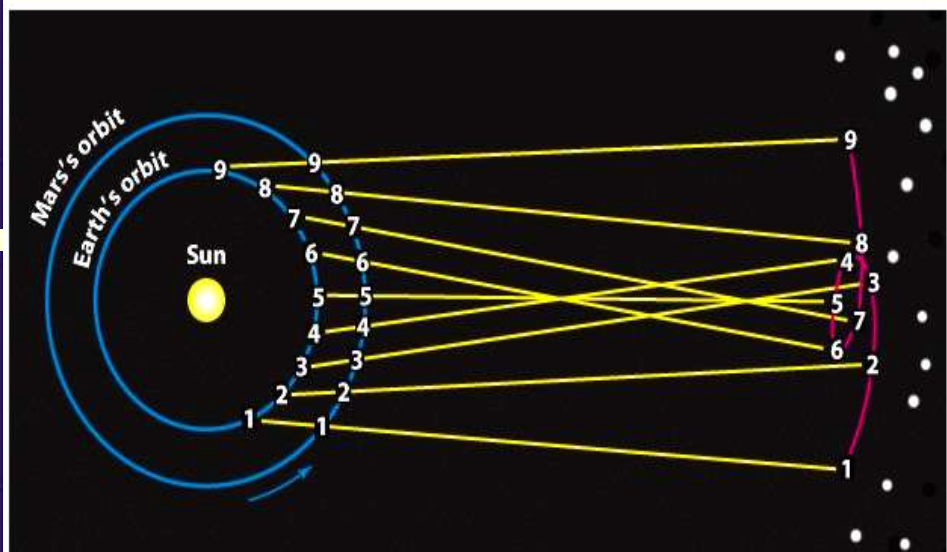
Εικ. 6 Φάσεις για έναν εσωτερικό της Γης πλανήτη (Αφροδίτη)

ΑΝΑΔΡΟΜΗ ΚΙΝΗΣΗ



Όπως είδαμε παραπάνω, μέσα στη ζώνη της εκλειπτικής βλέπουμε τους πλανήτες να κινούνται στην ουράνια σφαίρα κατά την ορθή φορά. Η κίνηση όμως αυτή δεν είναι πάντοτε ομαλή, με αποτέλεσμα οι πλανήτες ν' αλλάζουν ξαφνικά κατεύθυνση και κινούμενοι κατά την ανάδρομη φορά να δείχνουν σα να οπισθοχωρούν. Τη στιγμή της φαινομενικής αλλαγής της κατεύθυνσης τους δείχνουν ν' ακινητούν σε κάποια σημεία, που γι' αυτό το λόγο καλούνται **στηριγμοί** ή **στάσεις**.

Το φαινόμενο αυτό δεν είναι πραγματικό: οφείλεται στο γεγονός ότι η Γη κινείται πιο γρήγορα, αφενός γιατί η τροχιά της γύρω από τον Ήλιο είναι μικρότερη σε μήκος, όσον αφορά τους εξωτερικούς πλανήτες, αφετέρου δε γιατί έχει μεγαλύτερη τροχιακή ταχύτητα από αυτούς, και έτσι προπορευόμενη βλέπει τις προβολές τους στην ουράνια σφαίρα να οπισθοχωρούν, ενώ πρωθύστερα τις έβλεπε να ηγούνται. Όσον αφορά τους εσωτερικούς πλανήτες δημιουργείται το ίδιο φαινόμενο, μόνο που τώρα η Γη κινείται πιο αργά αλλά βλέπει την προβολή των πλανητών στην άλλη πλευρά της ουράνιας σφαίρας, πίσω από τον Ήλιο.



Εικ.1 Στηριγμοί ή στάσεις

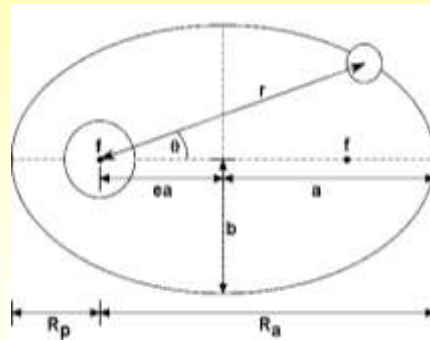
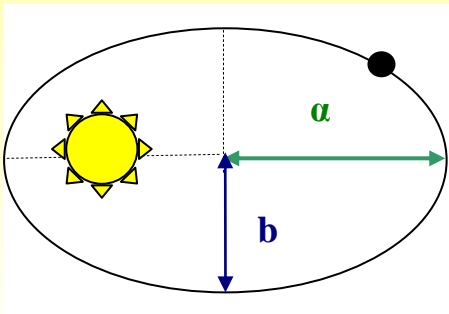
Εικ.1 Η ανάδρομη κίνηση του Άρη

ΝΟΜΟΙ ΘΕΣΗΣ – ΚΙΝΗΣΗΣ ΠΛΑΝΗΤΩΝ

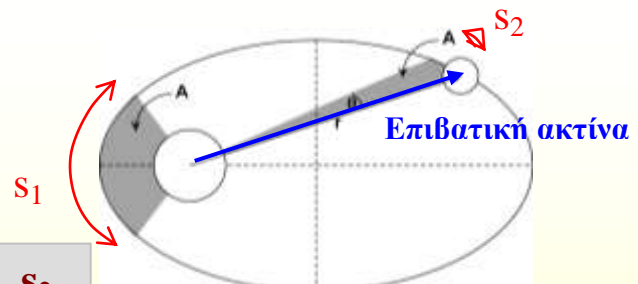
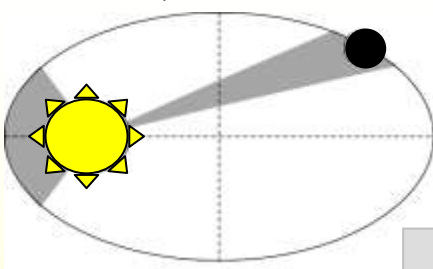
Το πλανητικό σύστημα είναι ένα ΜΗΧΑΝΙΣΤΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΩΜΑΤΩΝ. Αυτό σημαίνει ότι υπόκειται στους νόμους της μηχανικής όσον αφορά την θέση και την κίνηση των σωμάτων, δηλαδή σε 4 νόμους: τους 3 του Κέπλερ και τον νόμο βαρυτικής αλληλεπίδρασης του Νεύτωνα.

ΝΟΜΟΙ ΤΟΥ ΚΕΠΛΕΡ

- 1. ΝΟΜΟΣ ΤΩΝ ΕΛΛΕΙΨΕΩΝ:** Οι πλανήτες κινούνται γύρω από τον Ήλιο διαγράφοντας **ελλειπτικές τροχιές**, στη μία εστία των οποίων βρίσκεται ο Ήλιος.



- 2. ΝΟΜΟΣ ΤΩΝ ΙΣΩΝ ΕΜΒΑΔΩΝ:** Η επιβατική ακτίνα κάθε πλανήτη (εάν θεωρηθεί ο Ήλιος ως αρχή των συντεταγμένων), σαρώνει σε ίσους χρόνους ίσα εμβαδά A , δηλαδή **οι πλανήτες δεν κινούνται πάνω στις τροχιές τους ισοταχώς** αλλά μεταβάλλουν τις ταχύτητες τους έτσι ώστε η επιβατική ακτίνα να σαρώνει σε ίσους χρόνους ίσα εμβαδά. (τα διαστήματα όμως, s_1 και s_2 είναι άνισα !!!)



$$S_1 \neq S_2$$

- 3. ΑΡΜΟΝΙΚΟΣ ΝΟΜΟΣ:** Το τετράγωνο της περιόδου P κάθε πλανήτη είναι ανάλογο προς τον κύβο του μεγάλου ημιάξονα a της ελλειπτικής τροχιάς του:

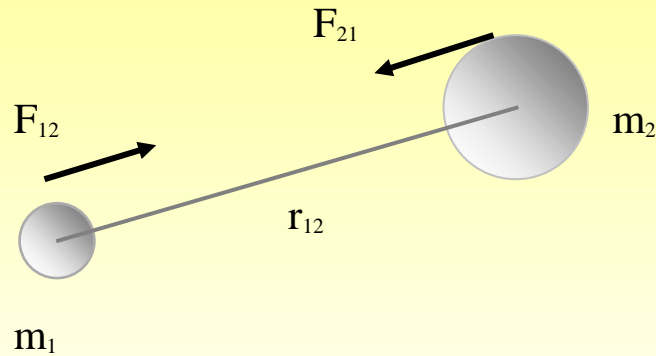
$$\frac{a^3}{P^2} = \frac{G (M_{\odot} + m_{\pi})}{4\pi^2} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{a^3}{P^2} = K = \sigma\tau \quad a^3 = K P^2$$

όπου $K = 2,97 \times 10^{-19} \text{ s}^2/\text{m}^3$, η σταθερά αναλογίας,

M_{\odot} , m_{π} = οι μάζες του Ήλιου και του πλανήτη αντίστοιχα.

ΝΟΜΟΣ ΒΑΡΥΤΙΚΗΣ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗΣ ΤΟΥ ΝΕΥΤΩΝΑ

4. Κάθε σώμα στο σύμπαν έλκει κάθε άλλο σώμα με δύναμη που είναι ανάλογη προς το γινόμενο των μαζών τους και αντιστρόφως ανάλογη προς το τετράγωνο της απόστασης τους.



Το μέτρο της βαρυτικής δύναμης δίνεται από τη σχέση:

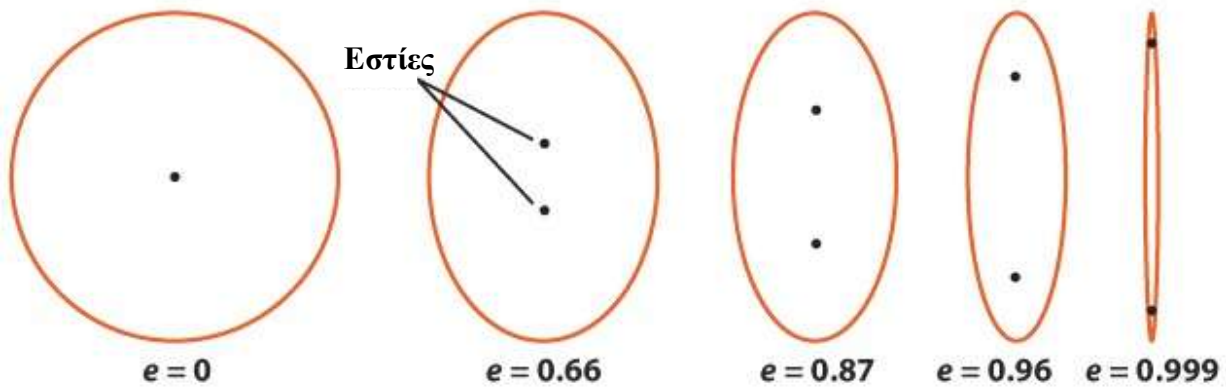
$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

όπου $G = 6,672 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 / \text{Kg}^2$, η παγκόσμια βαρυτική σταθερά
 r = η απόσταση των 2 σωμάτων και
 m_1, m_2 = οι μάζες των 2 σωμάτων.

Οι 4 αυτοί νόμοι προϋποθέτουν την ύπαρξη 2 μόνο σωμάτων που αλληλεπιδρούν, ενώ στο ηλιακό σύστημα έχουμε πολλά. Αυτό σημαίνει πως με την πάροδο του χρόνου, οι τροχιές των πλανητών αποκλίνουν ως προς τους νόμους αυτούς (γεγονός που συνηγορεί υπέρ της άποψης ότι οι τροχιές των πλανητών είναι χαοτικές).

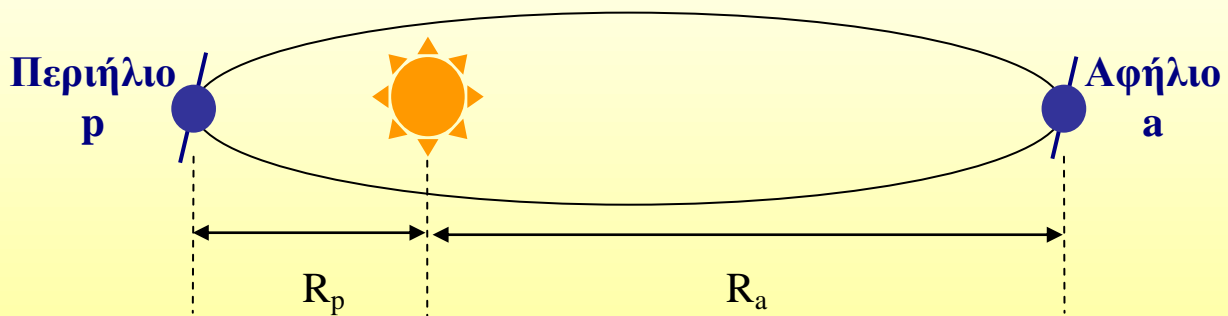
ΟΙ ΕΛΛΕΙΠΤΙΚΕΣ ΤΡΟΧΙΕΣ ΤΩΝ ΠΛΑΝΗΤΩΝ

Οι τροχιές των περισσότερων πλανητών, εκτός του Ερμή, του Άρη και του Πλούτωνα, προσεγγίζουν πολύ τις κυκλικές, χωρίς όμως ο Ήλιος να βρίσκεται στο κέντρο των τροχιών τους, αλλά στη μία εστία τους. Αυτό σημαίνει ότι ο πλανήτης κατά την περιφορά του δεν απέχει την ίδια συνεχώς απόσταση από τον Ήλιο.



Εικ. 1 Ελλειπτικές τροχιές για διάφορες τιμές εκκεντρότητας e . Για $e=0$ κυκλική τροχιά

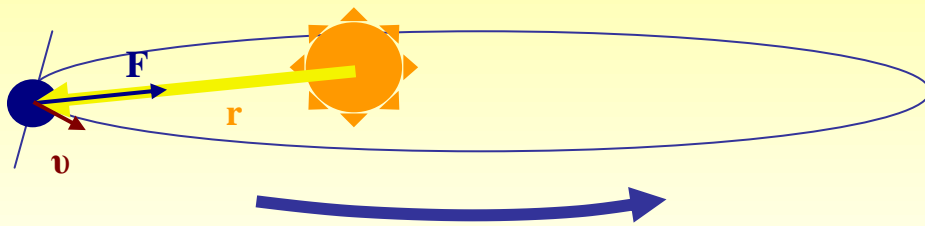
Η θέση της ελάχιστης απόστασης από τον Ήλιο, στην οποία μπορεί να βρεθεί ένας πλανήτης κατά την περιφορά του γύρω από αυτόν, ονομάζεται **περιήλιο** (στο σχήμα συμβολίζεται με \mathbf{p} και η απόσταση από τον Ήλιο στη θέση αυτή συμβολίζεται με \mathbf{R}_p), ενώ η θέση της μέγιστης απόστασης ονομάζεται **αφήλιο** (στο σχήμα συμβολίζεται με \mathbf{a} και η απόσταση από τον Ήλιο στη θέση αυτή συμβολίζεται με \mathbf{R}_a).



Εικ. 2 Το περιήλιο και το αφήλιο ενός πλανήτη

ΑΡΧΗ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΣΤΡΟΦΟΡΜΗΣ

Όπως είδαμε από το νόμο βαρυτικής έλξης του Νεύτωνα, ο Ήλιος έλκει τους πλανήτες με δύναμη F , η οποία είναι **κεντρική** ελκτική δύναμη, δηλαδή ο φορέας της κείται επάνω στην ευθεία που ενώνει τον πλανήτη με τον Ήλιο, με κατεύθυνση πάντα προς το κέντρο του Ήλιου που θεωρείται σταθερό σημείο. Με λίγα λόγια είναι συγγραμμική με το διάνυσμα θέσης του πλανήτη.



Μία κεντρική δύναμη είναι συνάρτηση μόνο του r , $F=F(r)$. Τότε επειδή η δύναμη είναι συγγραμμική με το διάνυσμα θέσης (άρα το εξωτερικό τους γινόμενο δίνει μηδέν), στον πλανήτη ασκείται μηδενική ροπή:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = \mathbf{r} \times F(r) \hat{\mathbf{r}} = r \cdot F \cdot \sin 0^\circ = 0$$

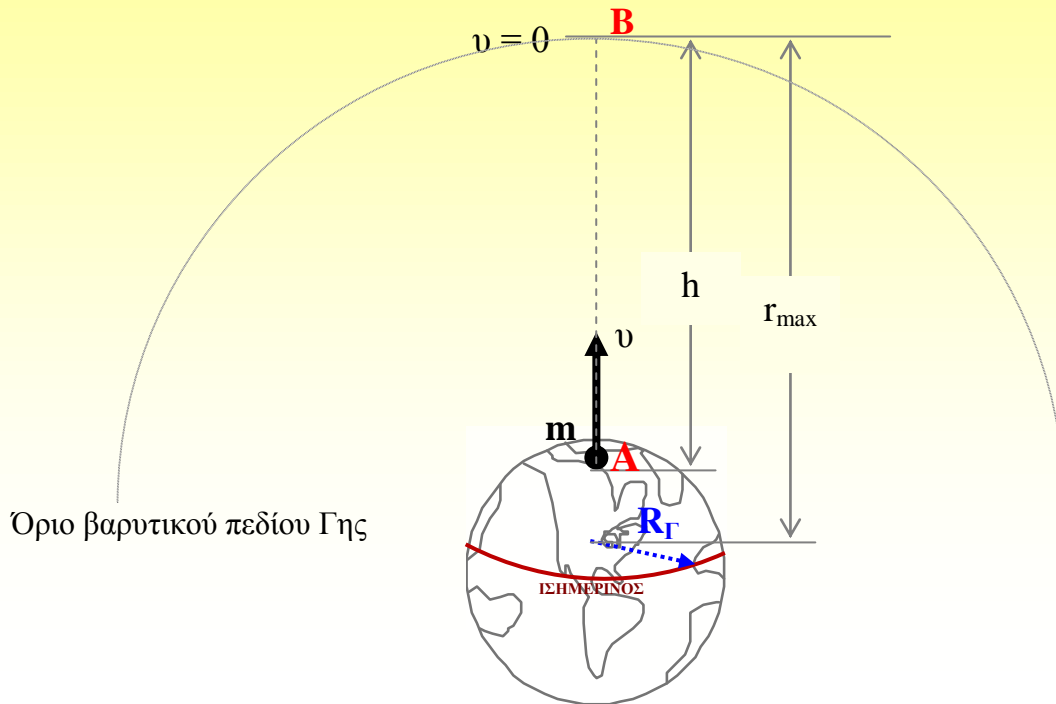
Όμως η ροπή ισούται με τον ως προς το χρόνο ρυθμό μεταβολής της στροφορμής, άρα:

$$\boldsymbol{\tau} = \frac{d\mathbf{L}}{dt} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{L} = \text{σταθερά} \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{L} = m\mathbf{r} \times \mathbf{v} = \text{σταθερή}$$

Επομένως η στροφορμή αποτελεί σταθερά της κίνησης και η κίνηση των πλανητών πραγματοποιείται σ' ένα επίπεδο που ορίζουν τα r και v (γι' αυτό λέμε **ότι οι τροχιές των πλανητών ορίζουν επίπεδα**).

ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΔΙΑΦΥΓΗΣ

Θεωρούμε ένα αντικείμενο μάζας m , το οποίο βρίσκεται στην επιφάνεια της Γης (δηλαδή απέχει από το κέντρο της απόσταση R_Γ) και εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα, μέτρου v , τέτοιο ώστε να μπορεί να διαφύγει από το βαρυτικό πεδίο της Γης. Αυτό σημαίνει ότι όταν το σώμα φτάνει στη μέγιστη απόσταση το μέτρο της ταχύτητας του θα είναι μηδέν.



Τότε από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας θα είναι:

$$E_M^A = E_M^B \Leftrightarrow E_K^A + E_\Delta^A = E_K^B + E_\Delta^A \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} m v^2 - G \frac{M_\Gamma m}{R_\Gamma} = 0 - G \frac{M_\Gamma m}{r_{\max}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow v^2 = 2GM_\Gamma \left(\frac{1}{R_\Gamma} - \frac{1}{r_{\max}} \right) \Leftrightarrow$$

$$r_{\max} = \infty \Leftrightarrow v_\delta = \sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma}}$$

όπου $G = 6,672 \times 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{Kg}^2$,
η παγκόσμια βαρυτική σταθερά
 $M_\Gamma = \eta$ μάζα της Γης

Η v_δ είναι η **ταχύτητα διαφυγής**, δηλαδή η ελάχιστη αρχική ταχύτητα που πρέπει να έχει το σώμα ώστε να διαφύγει από το βαρυτικό πεδίο της Γης (αντίστοιχα και για κάθε πλανήτη μάζας M_Π και ακτίνας R_Π) και να φτάσει στο άπειρο -με μηδενική ταχύτητα-.

NOMOS TITIUS - BODE

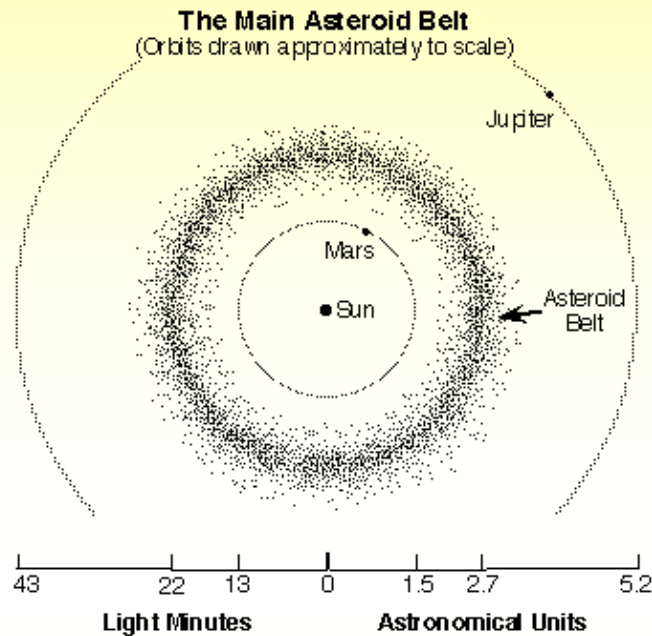
Ένα ερώτημα που απασχόλησε πολύ την επιστημονική κοινότητα και είχε να κάνει με τις θέσεις των πλανητών, ήταν το αν υπάρχει ένας **νόμος που να μπορεί να περιγράψει τις αποστάσεις των πλανητών από τον Ήλιο**: ένα ερώτημα που παρέπεμπε στο πρόβλημα της μελέτης της εκλειπτικής και των τροχιών (αν μία τροχιά είναι ευσταθής τότε πρέπει αυτή να είναι τροχιά ελάχιστης ενέργειας - μπορούμε από αυτό και από την εκλειπτική να προσδιορίσουμε τις θέσεις των πλανητών?).

Αντί όμως για τη δημιουργία ενός νόμου, ήρθε το 1777 η πρόταση του αστρονόμου Johann Elert Bode (1747-1826) βασιζόμενη στις παρατηρήσεις του συναδέλφου του Johann Daniel Titius (1729-1796), η οποία όμως δείχνει να μην έχει κανένα σημείο αναφοράς και να ξεπροβάλλει από το πουθενά.

Ο Bode λοιπόν πρότεινε μία σειρά αριθμών, η οποία δημιουργήθηκε από μία άλλη σειρά που ξεκινά από το 0, συνεχίζει με το 3 και περιλαμβάνει στη συνέχεια αριθμούς που ο καθένας μετά τον 3 είναι διπλάσιος από τον προηγούμενό του: { **0, 3, 6, 12, 24, 48 και 96** }. Στη συνέχεια οι όροι της σειράς αυτής αναίτια αυξήθηκαν κατά 4 δίνοντας μία νέα σειρά: { **4, 7, 10, 16, 28, 52 και 100** } και έπειτα διαιρέθηκαν κατά 10, δίνοντας την τελική μορφή της σειράς { **0,4, 0,7, 1, 1,6, 2,8, 5,2 και 10** } που δίνει σε αστρονομικές μονάδες τις κατά Titius-Bode αποστάσεις των τότε γνωστών πλανητών από τον Ήλιο, αν θεωρήσουμε την απόσταση ΓΗΣ-ΗΛΙΟΥ = 1 AU.

| ΒΗΜΑΤΑ ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑΣ ΝΟΜΟΥ TITIUS-BODE | | +4 | ÷10 | ΠΛΑΝΗΤΕΣ | ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΕΣ ΑΠΟΣΤΑΣΕΙΣ ΠΛΑΝΗΤΩΝ ΟΠΩΣ ΜΕΤΡΗΘΗΚΑΝ | ΒΡΕΘΗΚΕ | ΠΛΑΝΗΤΕΣ |
|--------------------------------------|-----|-------------|------------|--------------|---|-------------|----------|
| | 0 | 4 | 0,4 | ΕΡΜΗΣ | | 0,39 | ΕΡΜΗΣ |
| 3 | 7 | 0,7 | ΑΦΡΟΔΙΤΗ | 0,72 | ΑΦΡΟΔΙΤΗ | | |
| 6 | 10 | 1 | ΓΗ | 1 | ΓΗ | | |
| 12 | 16 | 1,6 | ΑΡΗΣ | 1,52 | ΑΡΗΣ | | |
| 24 | 28 | 2,8 | ΔΙΑΣ | | ΑΣΤΕΡΟΕΙΔΕΙΣ | | |
| 48 | 52 | 5,2 | ΚΡΟΝΟΣ | 5,20 | ΔΙΑΣ | | |
| 96 | 100 | 10,0 | ΟΥΡΑΝΟΣ | 9,55 | ΚΡΟΝΟΣ | | |
| 192 | 196 | 19,6 | ΠΟΣΕΙΔΩΝΑΣ | 19,22 | ΟΥΡΑΝΟΣ | | |
| 384 | 388 | 38,8 | ΠΛΟΥΤΩΝΑΣ | 30,11 | ΠΟΣΕΙΔΩΝΑΣ | | |
| 768 | 772 | 77,2 | | 39,46 | ΠΛΟΥΤΩΝΑΣ | | |

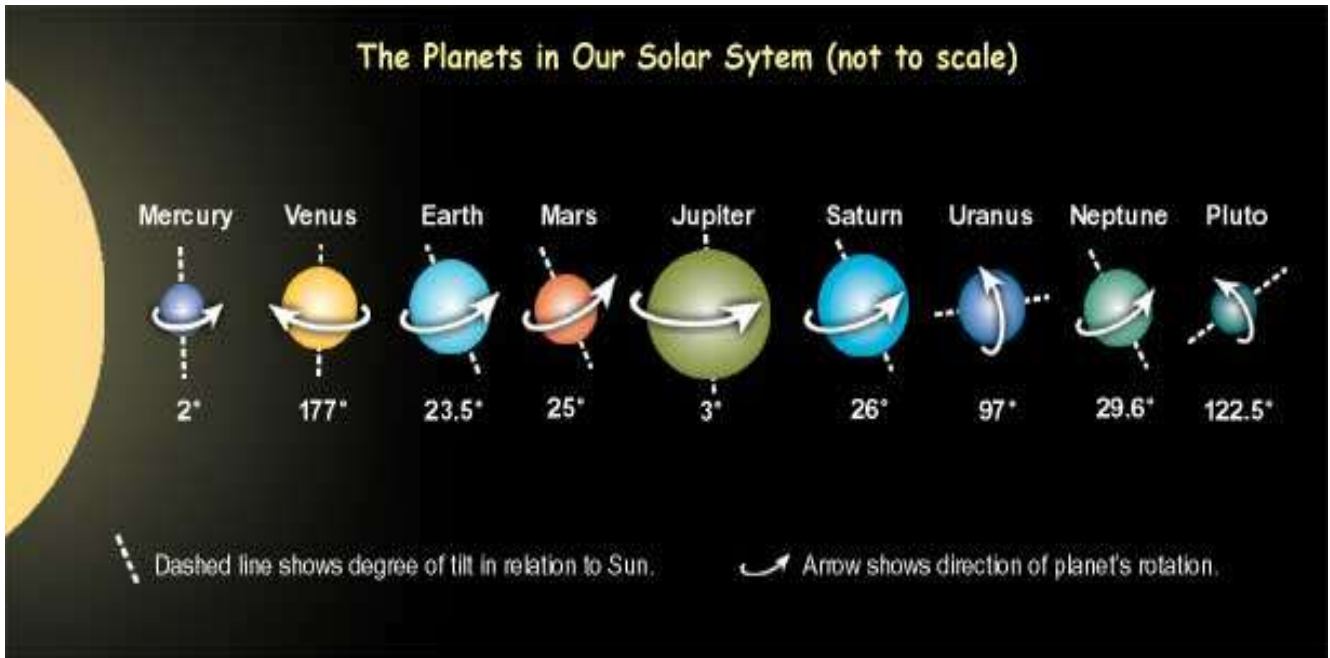
Η σειρά αυτή των αριθμών μετά την ανακάλυψη του Ουρανού του Ποσειδώνα και του Πλούτωνα επεκτάθηκε, όμως παρότι συνέκλινε με τις αποστάσεις των κοντινών στον Ήλιο πλανητών, απέκλινε όσον αφορά τους απομακρυσμένους πλανήτες, ενώ υπήρχε μεγάλη ασυμφωνία στην απόσταση του Δία. Όταν ανακαλύφθηκε η ζώνη των αστεροειδών, που βρίσκεται περίπου στην προβλεπόμενη από το νόμο των Titius-Bode απόσταση των 2,8 AU, υπήρξε μεγαλύτερη συμφωνία με τις παρατηρούμενες αποστάσεις, εκφράστηκε όμως η άποψη ότι ο Ποσειδώνας δεν ήταν από την αρχή μέλος του ηλιακού συστήματος.



Ο παραπάνω εμπειρικός νόμος εκφράζεται σήμερα από τη σχέση:

$$a = \frac{1}{3} (2^{n-2} + 1)$$

Η πρόταση των Titius–Bode, κατά κοινή παραδοχή, δημιουργήθηκε αυθαίρετα και δεν έχει κανένα μαθηματικό υπόβαθρο και καμία φυσική σημασία. Όμως όπως εκ των υστέρων προέκυψε από τη μελέτη των αρχαίων ελληνικών κειμένων, η πρόταση αυτή βασίζεται στην **πυθαγόρεια αριθμοσοφία**, αναφορά στην οποία καθώς και στη πυθαγόρεια συσχέτιση {αποστάσεις πλανητών - αριθμητικές σχέσεις των τόνων της Μουσικής}, ανευρίσκουμε στον «Τίμαιο» του Πλάτωνα, έργο πολύ διαδεδομένο στους κύκλους των επιστημόνων την εποχή εκείνη που οι Titius-Bode πρότειναν τον νόμο των αποστάσεων.



Εικ. Η λόξωση των πλανητών του ηλιακού μας συστήματος